

Uppsala Tekniska Högskola
Signaler och system
Handledare: Mathias Johansson
Uppsala 2002-11-27

Bildbehandling i frekvensdomänen



Erika Lundberg 800417-1602
Johan Peterson 790807-1611
Terese Persson 800613-0267

Innehållsförteckning

Innehållsförteckning	Error! Bookmark not defined.
Sammanfattning	3
Introduktion	4
Teori	5
Metod	6
Lågpasfilter	6
Högpasfilter	7
Bandpassfilter	8
Vertikalfilter	9
Resultat	11
Slutsats	12
Referenser	13
Appendix	14

Sammanfattning

Genom att tillämpa signalbehandlingsteori på svartvita bilder i datorn kan dessa bilder manipuleras med nytt utseende som resultat. Det nya utseendet kan t.ex. vara mjukare än originalet. En annan tillämpning, som kan vara användbar i industrin, kan vara att ta bort alla horisontella linjer i en bild för att lättare kunna utskilja vertikala detaljer.

Bilden representeras av en tvådimensionell matris. Matrisen Fouriertransformeras tvådimensionellt, varvid ett filter appliceras på den transformerade bilden. Filtret återspeglar de egenskaper man vill ha i den nya bilden. Efter filtreringen inverstransformeras den filtrerade matrisen, varvid en ny bild erhålls med de önskade egenskaperna. Eftersom hela proceduren kräver ett stort antal invecklade matematiska beräkningar används Matlab till detta.

För att underlätta användning av filtren har dessa samlats i ett Matlabprogram, Sigge.

Introduktion

Genom att manipulera en bild i frekvensdomänen får man möjlighet att påverka hela bilden samtidigt istället för att, som i tidsdomänen, manipulera bilden punkt för punkt. I frekvensdomänen kan bilden filtreras med olika filter, antingen rent estetiskt eller med en praktisk aspekt. En estetisk förändring av bilden kan vara att dämpa alla höga frekvenser, vilket resulterar i en mjukare bild. En praktisk tillämpning kan vara att filtrera bort alla horisontella linjer för att framhäva ett lodrätt mönster, t.ex. en repa i en träskiva.

Rapporten inleds med en teoridel och följs av en beskrivning av lågpass-, högpass-, bandpass- och ett vertikalfilter, som detekterar vertikala komponenter i ett horisontellt mönster.

Teori

En svart-vit bild kan representeras av en tvådimensionell signal, vilket i Matlab motsvaras av en tvådimensionell matris. För att transformera en tvådimensionell diskret signal från tidsdomänen till frekvensdomänen krävs en tvådimensionell diskret Fouriertransform, enligt följande:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

Där $f(x, y)$ är den tvådimensionella signalen och $F(u, v)$ är den transformerade signalen. M är antalet rader och N är antalet kolumner i matrisen.

Med ett filter skapat i frekvensdomänen kan signalen filtreras genom multiplikation med filtret. I fallet då signalen är en bild består filtret av en matris med samma dimensioner som bildens matris. Den Fouriertransformerade bildens matris multipliceras elementvis med filtrets matris. Den erhållna matrisen inverstransformeras. Ekvationen för tvådimensionell diskret inverstransformering ser ut som följer:

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

Resultatet består av en matris med dimensionerna $M \times N$, innehållandes komplexa decimalvärden. För att kunna återskapa en bild av detta förkastas imaginärdelarna och realdelarna avrundas. Då en bild inte får innehålla negativa värden, måste även absolutbeloppen tas av varje element.

Metod

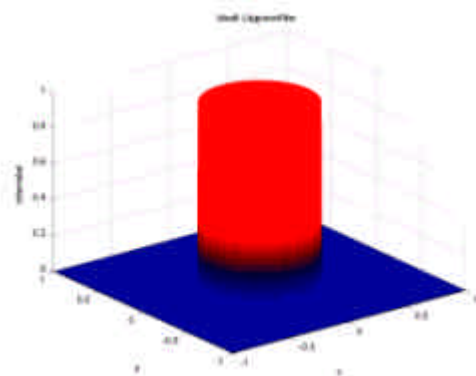
En svart-vit bild kan läsas in i Matlab så att den blir en matris med samma dimensioner som bilden. Varje element i matrisen representerar en pixel i bilden. Elementets värde motsvarar gråskalan i bilden. För att lätt kunna filtrera en bild transformeras dess matris, med den tvådimensionella diskreta Fouriertransformen, till frekvensdomänen. När matrisen har transformerats hamnar de höga frekvenserna i mitten av matrisen. Efter skiftning av transformen hamnar de låga frekvenserna i mitten. Med utgångspunkt från detta kan ett filter, i form av en matris, konstrueras. För att filtrera bilden multipliceras bildens transformerade, skiftade matris med filtrets matris elementvis. Då erhålls en matris av samma storlek som den ursprungliga bilden. För att kunna se den nya bilden inverstransformerar man den filtrerade matrisen med den tvådimensionella diskreta inverstransformen. Fouriertransformering ger upphov till positiva och negativa komplexa värden. En bild kan endast representeras av positiva reella heltal. Därför används endast dessa för att rita upp bilden.

I de skapade filtren anges gränsfrekvens och antalet poler. Gränsfrekvenserna väljs mellan noll och ett. Detta beror på att Matlab normaliserar alla frekvenser med avseende på samplingsfrekvensen varvid halva samlingsfrekvensen sätts till ett. Antalet poler påverkar hur snabbt övergången mellan pass- och spärband sker. För stort antal poler (någonstans över 10) gör filtret för likt ett idealt filter och orsakar ringning.

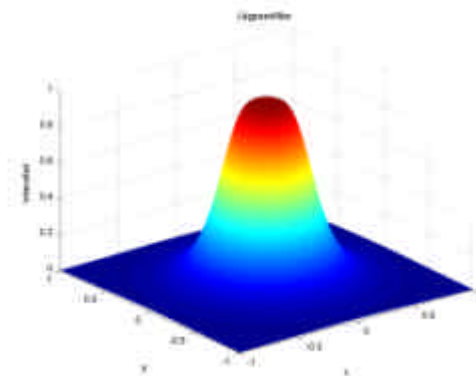
Lågpasfilter

Ett lågpasfilter filtrerar bort höga frekvenser. I en bild ses höga frekvenser som hastiga övergångar från ljus till mörk nyans. Ett lågpasfilter tar bort skarpa konturer och gör bilden mjukare. Då alla låga frekvenser i den Fouriertransformerade och skiftade bilden ligger cirkulärt kring origo filtreras höga frekvenser bort genom ett filter i form av en matris med nollor utanför en centrerad cirkel. Detta åskådliggörs i den tredimensionella figur 1. Ett filter med enbart ettor och nollor är ett idealt filter. Detta ger ringningar i bilden (bild 2).

För att undvika ringning kan ett Butterworth lågpasfilter användas. Ett Butterworthfilter använder sig inte bara av ettor och nollor utan även värden däremellan, vilket skapar en mjukare övergång från passband till spärband (figur 2). Resultatet av Butterworthfiltreringen presenteras i bild 3. Observera skillnaden i ringning mellan bild 2 och bild 3.



Figur 1. Idealt lågpasfilter



Figur 2. Butterworth lågpasfilter



Bild 1. Original bild.



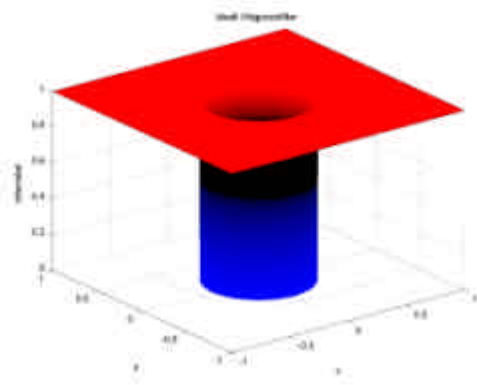
Bild 2. Idealt lågpassfilterad bild, ringnig.



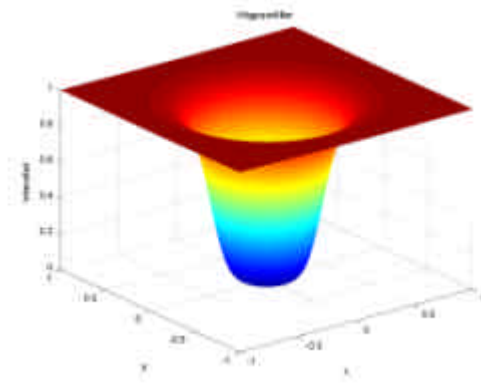
Bild 3. Butterworth lågpassfilterad bild.

Högpasfilter

Ett högpasfilter filtrerar bort låga frekvenser. Dessa ses som långsamma övergångar mellan ljusa och mörka nyanser. Efter filtrering kommer endast konturerna återstå. I en Fouriertransformerad och skiftad bild finns de låga frekvenserna i en centrerad cirkel kring origo. Eftersom det är där ett högpasfilter ska dämpa bör det konstrueras så att det har nollor i en cirkel i mitten av en matris. Resten av matrisen består av ettor. Detta är motsatsen till ett lågpassfilter. Om det redan finns ett lågpassfilter är det lätt att skapa ett högpasfilter genom att ta 1- lågpassfiltret. Om man bara använder ettor och nollor i filtermatrisen fås ett idealt högpasfilter (figur 3). Precis som i lågpassfallet ger detta ringningar i bilden. Användning av Butterworth högpasfilter (figur 4) eliminerar ringning i bilden. Bild 5 illustrerar en högpasfilterad bild.



Figur 3. Idealt högpassfilter



Figur 4. Butterworth högpassfilter.



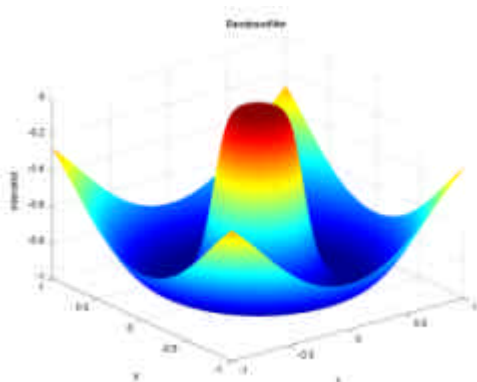
Bild 4. Originalbild



Bild 5. Butterworth högpassfiltrerad bild.

Bandpassfilter

Ett bandpassfilter filtrerar bort frekvenser mellan två givna värden. Det fungerar som ett högpass- och lågpassfilter tillsammans. Konturerna i bilden blir mjukare och mer framhävda. Ettorna i filtermatrisen placeras som en annulus kring origo, med inner- och ytterradie motsvarande de två givna frekvenserna. Det illustreras i den tredimensionella figuren, figur 5. Frekvenserna mellan de givna värdena förstärks, medan övriga dämpas. Ett bandpassfilter kan implementeras som en differens av två lågpassfilter. Bild 7 illustrerar en bandpassfiltrerad bild.



Figur 5. Butterworth bandpassfilter.



Bild 6. Originalbild



Bild 7. Bandpassfilterad bild.

Vertikalfilter

Om man vill upptäcka ett vertikalt mönster i en bild som domineras av horisontella linjer kan man använda ett vertikalfilter. Genom att Fouriertransformera en bild med horisontell dominans fås en transform med tydlig avspiegling av det horisontella mönstret. Detta ses som en ljus vertikal linje i transformen. Att det uppstår en vertikal linje beror på att förändringarna i originalbilden (höga frekvenser) sker snabbast i denna riktning. I bild 5 ses en träplanka med tydlig horisontell ådring. Man kan också utskilja en svag vertikal linje, som är en repa i plankan. Bild 6 visar Fouriertransformen av bild 5. Här syns tydligt den ljusa vertikala linjen som återspeglar plankans ådring. För att framhäva repa i plankan filtreras de horisontella linjerna i originalbilden bort genom att ett vertikalfilter appliceras på transformen. Resultatet, efter filtrering och inverstransformering, ses i bild 7.

För att dämpa den vertikala linjen i transformen konstrueras ett filter som dämpar allt utom en horisontell linje i mitten av transformen. Denna linje (som syns svagt i transformen) återspeglar originalbildens vertikala linje (repa). För att skapa ett filter som fungerar så bra som möjligt på just den bilden man vill filtrera kan bredden av det ljusa korset i transformen mätas upp och återspeglas i filtret. I programmet Sigge finns ett mer generellt filter, som klarar av att urskilja vertikala linjer ur de flesta horisontella mönster. Filtret ser ut som figur 6 och 7.

Ett vertikalfilter kan ha många praktiska tillämpningar. I exemplet med en träplanka kan en brädgård detektera vertikala repor, som kan vara svåra att upptäcka med bara ögat. Detta kan hjälpa brädgården att sortera ut de finaste plankorna.

På liknande sätt skulle ett horisontellfilter kunna skapas, som detekterar horisontella linjer i en bild som domineras av vertikalt mönster.

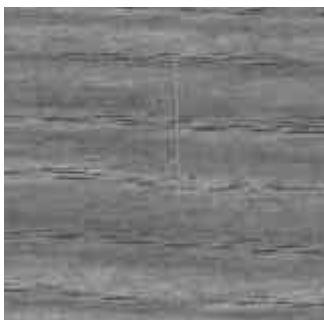


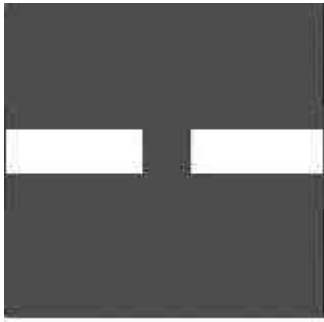
Bild 5. Träplanka med repa.



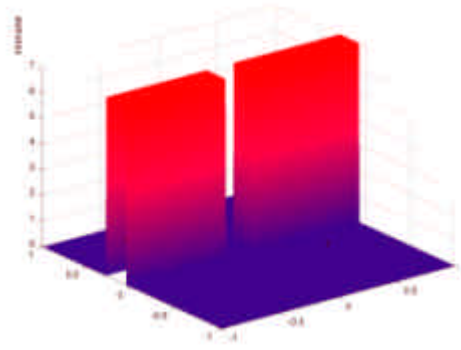
Bild 6. Fouriertransform av bild 5.



Bild 7. Resultat efter filtrering av bild 5.



Figur 6. Vertikalfilter i två dimensioner. De grå fälten dämpar och de vita förstärker.



Figur 7. Vertikalfilter i tre dimensioner.

Resultat

Resultatet av laborationer med olika filter har samlats i ett Matlabprogram, Sigge, som inbjuder till egna undersökningar av filters effekter på bilder. De filter som finns representerade är lågpass-, högpas-, bandpass-, och vertikalfilter. Lågpass- och högpasfilter finns både som ideala och Butterworth. I programmet kan användaren själv ange vilken bild som ska filtreras, samt gränsfrekvens och ordning på filtret. Programmet ger även viss vägledning till ovana användare.

Slutsats

Innan projektets början fanns en idé om att bilder borde kunna filtreras i frekvensdomänen både för att få estetiskt tilltalande bilder och för en mer praktiskt tillämpning. Efter laborationer i Matlab visade det sig att det var möjligt att skapa sådana filter. Filtren gick att samla i ett Matlabprogram för högsta användarvänlighet.

Referenser

Svärdström, A, 1999, *Signaler och system*, Studentlitteratur, Lund

http://www.owl.net.rice.edu/~elec301/Projects01/image_filt/

<http://www.cb.uu.se/~xavier/Teaching/BildanalysVT02/BAvt02.html>

<http://www.signal.uu.se/Courses/CourseDirs/SignSystIT/main.html>

<http://home.arcor.de/j.matern/Animals.html>

Appendix

Projektet har präglats av samarbete mellan alla deltagare. Små uppdelningar av arbetet har gjorts. De viktigaste delarna, så som filterkonstruktion, har arbetats fram gemensamt. Alla deltagare har lagt ner lika mycket tid.