

Uppgifter räkneövning 3

1. Beskriv vad en Markovmodell är mha figur samt beskrivning av vad ingående parametrar står för.
2. Vad är den grundläggande skillnaden mellan en *gömd* Markovmodell (HMM) och en vanlig Markovmodell?
3. Beskriv strukturen och funktionen hos en s.k. *standard* HMM. Speciellt, vad är skillnaden mellan s.k. *main*- och *insert*-states?
4. Anta att du vill klassificera en sekvens $O = \{x^1, x^2, \dots, x^T\}$ till någon HMM, närmare bestämt, du vill bestämma sannolikheten att O har genererats av en viss HMM. Förklara i detalj varför du i så fall behöver *framåtalgoritmen*. (Ge sammanhanget).
5. Härled framåtalgoritmen.
6. Betrakta en vänster-höger HMM för modellering av ordet "ut". Varje symbol representerar en särdragsvektor som beskriver 0.02 s av ordet. I dess kortaste form tar ordet 0.2 s att uttala och "t" tar aldrig mer än 0.02 s (dvs en symbol). Antalet symboler för ljudet "u", l_u , varierar däremot. Som minst är $l_u = 9$ (0.18 s).
 - (a) Rita upp en HMM som uppfyller ovanstående krav.
 - (b) Anta att du ansätter en HMM med endast ett insert-state för att modellera "u". Hur stor återkopplings sannolikhet skall detta tillstånd ha för att vi ska erhålla ett väntevärde på l_u lika med 19? (Låt för enkelhets skull sannolikheten att komma till det återkopplade tillståndet vara 1).
7. Anta att du vill beräkna sannolikheten att en HMM har befunnit sig i ett visst tillstånd, q_i , vid tiden t , dvs vi vill beräkna $P(s^t = q_i | O, w)$, där O är sekvensen $O = \{X^1, X^2, \dots, X^T\}$ och w står för våra modellparametrar. Om vi utnyttjar Bayes sats får vi

$$P(s^t = q_i | O, w) = \frac{P(O, s^t = q_i | w)}{P(O | w)} \quad (1)$$

Uttrycket $P(O, s^t = q_i | w)$ går att utveckla som

$$\begin{aligned} P(O, s^t = q_i | w) &= P(X^1, X^2, \dots, X^t, X^{t+1}, \dots, X^T, s^t = q_i | w) = \\ &P(X^{t+1}, \dots, X^T | X^1, \dots, X^t, s^t = q_i, w) P(X^1, \dots, X^t, s^t = q_i | w) = \\ &P(X^{t+1}, \dots, X^T | s^t = q_i, w) P(X^1, \dots, X^t, s^t = q_i | w) = \beta_i(t) \alpha_i(t) \end{aligned} \quad (2)$$

- (a) Motivera de olika stegen i ekv. (3)
- (b) "Bakåtalgoritmen" är en rekursion för beräkning av $\beta_i(t)$ som lyder:

$$\beta_i(t) = \sum_{j \in N^+(i)} \beta_j(t+1) t_{ji} e_{jX^{t+1}}, \quad (3)$$

där $j \in N^+(i)$ betyder alla noder j som kommer från nod i (i :s "barn"). Härled denna rekursion på liknande sätt som vi härledde framåtalgoritmen under föreläsningen.

- (c) Hur ska bakåtalgoritmen initialiseras?